

វិញ្ញាបនបត្រប្រឡង

អាណានិគមរដ្ឋកិច្ច



២០០២ ដល់ ២០២០

នៅ ពេលពុទ្ធិពស្ស

មាតិកា

- សម័យប្រឡង ១៤ មីនា ២០០២ _____ ទំព័រទី ១.
ជំណោះស្រាយ _____ ១.
- សម័យប្រឡង ២៥ មីនា ២០០៨ _____ ទំព័រទី ៤.
ជំណោះស្រាយ _____ ៥.
- សម័យប្រឡង ២០ មីនា ២០០៩ _____ ទំព័រទី ៨.
ជំណោះស្រាយ _____ ៩.
- សម័យប្រឡង ២៥ មីនា ២០១០ _____ ទំព័រទី ១២.
ជំណោះស្រាយ _____ ១៣.
- សម័យប្រឡង ០៥ សីហា ២០១១ _____ ទំព័រទី ១៦.
ជំណោះស្រាយ _____ ១៧.
- សម័យប្រឡង ១៦ កុម្ភៈ ២០១២ _____ ទំព័រទី ២០.
ជំណោះស្រាយ _____ ២១.
- សម័យប្រឡង ១១ មីនា ២០១៨ _____ ទំព័រទី ២៤.
ជំណោះស្រាយ _____ ២៥.
- សម័យប្រឡង ១៩ មករា ២០២០ _____ ទំព័រទី ២៨.
ជំណោះស្រាយ _____ ២៩.

វិញ្ញាសាប្រឡងអាហារូបករណ៍ថ្នាក់ឧត្តមសិក្សានៅសាលាឈ្មោះរដ្ឋប្រជាធិបតេយ្យ

លេខបន្ទប់:.....

សម័យប្រឡង ១៤ មីនា ២០០២

លេខតុ:.....

នាម(ត្រកូល និង នាមខ្លួន:.....

មណ្ឌល(ប្រឡង:

ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត:.....

លេខសម្ងាត់:.....

ហត្ថលេខា:.....

បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ។ សន្លឹកឈ្មោះដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្យសុទ្ធ។

✂.....

ប្រភេទវិញ្ញាសា

លេខសម្ងាត់:.....

១ ដោះស្រាយសមីការ $3^{x-2} + (3x - 10)5^{x-2} = x - 3$ ។

២ កំណត់ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \right)$ ។

២ កេថា $(f^{-1} \circ g^{-1})(x) = 3x + 5$ ។ កំណត់ $g \circ f(-4)$ ។

៣ កេឲ្យ A និង B ជាពីចំណុចនិង ហើយ $AB = 2$ ។ រកសំណុំចំណុច M ក្នុងករណីនីមួយៗខាងក្រោម៖

ក $MA^2 + MB^2 = 8$

ខ $MA^2 - MB^2 = -8$

៤ កេឲ្យអាំងតេក្រាល $I_n = \int_0^1 (x^n e^{x-2x}) dx$ ដែល $(n \in \mathbb{N}^*)$ ។

ក សិក្សាអថេរភាពនៃ (I_n) រួចទាញរកទំនាក់ទំនងរវាង I_n និង I_{n+1} ។

ខ បង្ហាញថា $0 \leq I_n \leq \frac{1}{(n-1)e^2}$ ចំពោះ $\forall n \geq 2$ រួចទាញរក $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$ ។

ដំណោះស្រាយ

Blank lined paper for writing.

Blank lined paper for writing.



ប្រភាគទី៣

១ ៖ បង្ហាញថាអនុគមន៍ $f(x) = \sin^6 x + \cos^6 x + 2 \sin^3 x \cos^2 x$ មិនអាស្រ័យ និង x ។

២ ៖ រកលទ្ធផលនេះឡើយវិញដោយចាត់ទុកថា f ជាអនុគមន៍អថេរ x ។

២ ៖ f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ $[0, +\infty[$ ដោយ
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}, (x > 0) \\ f(0) = 0 \end{cases}$$
 ។

១ ៖ គណនា $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x}$ ។ តើគេអាចថាចំពោះអនុគមន៍ f ? ចំពោះខ្សែកោង (C) តាង f ។

២ ៖ បង្ហាញថាចំពោះ $\forall x \in [0, +\infty[$ គេបាន $f'(x) = \frac{1-x}{x^4} e^{-\frac{1}{x}}$

៣ ៖ f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ $[0, +\infty[$ ដោយ
$$\begin{cases} f(x) = -x \ln x, (x > 0) \\ f(0) = 0 \end{cases}$$
 ។

a. គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ $f(x)$ កាលណានា $x \rightarrow 0^+, x \rightarrow +\infty$ ។

b. តើ f មានដេរីវេត្រង់ $x = 0$ ដែរទេ ?

c. គណនា $f'(x)$ ចំពោះ $x > 0$ ។ សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចកូសតារាងអថេរផ្ទៃនៃ f ។

d. កូសខ្សែកោង (C) តាង f ក្នុងតម្រូវការអរតូណរមេ $(, \vec{O\vec{i}}, \vec{j}, \vec{k})$ ។

សិក្សាទីតាំងនៃ (C) ធៀប និង បន្ទាត់ $(D) : y = x$ ។

២ ៖ g ជាអនុគមន៍កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ
$$\begin{cases} g(x) = -x \ln x, (x \neq 0) \\ g(0) = 0 \end{cases}$$
 ។

ដោយប្រើលទ្ធផលសំណួរខាងលើកូសខ្សែកោង Σ តាងអោយ g ។





2



ដំណោះស្រាយ

Blank lined paper for writing.

Blank lined area for writing.

ប្រភេទវិញ្ញាសា

លេខសម្ងាត់:.....

១ កណនាលីមីតខាងក្រោម ÷

$$\textcircled{a} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt[4]{1+3x} - \sqrt[3]{1-2x^2}}{x^2 + 3x} \right)$$

$$\textcircled{b} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{12}} \left(\frac{\tan 3x - 1}{2 \sin 2x - 1} \right)$$

២ គេអនុគមន៍ f កំណត់លើចន្លោះ $]0, +\infty[$ កំណត់ដោយ
 $f(x) = x^2 + 3x - x \ln x$ ។

- $\textcircled{a}$ ចូរកំណត់លីមីត(ត្រង់ចុងដែនកំណត់) ។
- $\textcircled{b}$ សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។
- $\textcircled{c}$ សង់ក្រាប (C) តាងអនុគមន៍ f ។ (ដោយ $\ln 2 = .7$) ។

៣ គេសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y'' + y = \sin x, (E)$ ។

- $\textcircled{a}$ កំណត់តម្លៃ A ដើម្បីអនុគមន៍ $h(x) = A \cos x$ ជាចម្លើយនៃសមីការ (E) ។
- $\textcircled{b}$ g ជាអនុគមន៍ចម្លើយទូទៅរបស់សមីការ $y'' + y = 0$ បង្ហាញថា $f = h + g$ ជាចម្លើយទូទៅ របស់សមីការ (E) ។
- $\textcircled{c}$ ដោះស្រាយសមីការ $y'' + y = 0$ រួចទាញរកអនុគមន៍ទូទៅ f ជាចម្លើយនៃសមីការ (E) ។
- $\textcircled{d}$ កំណត់ចម្លើយ f ដែលកាត់តាមចំណុច $M(0, 3)$ ហើយមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង 2 ។

៤ គេសមីការប៉ារ៉ាបូល $y^2 = 8x$ ។

- $\textcircled{a}$ កំណត់កូអរដោនេនៃកំណុំ និង សមីការបន្ទាត់ប្រាបទិសរបស់ប៉ារ៉ាបូល ។
- $\textcircled{b}$ សរសេរសមីការបន្ទាត់ប៉ះ និង ខ្សែរកោងហើយ (ស្របនិង បន្ទាត់ដែលមានសមីការ $2y + 2x - 3 = 0$ ។

Blank lined paper for writing.

ប្រភេទវិញ្ញាសា

- ១ ៖** ដោះស្រាយសមីការក្នុងសំណុំចំនួនកុំផ្លិច $z^3 - 3z^2 + 3z + 7 = 0$ ។
- ២ ៖** គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $w = \frac{z - 2 + i}{z + 2i}$ ដែល $z \neq 2i$ ។ យក $M(x, y)$ តាង ឲ្យចំនួនកុំផ្លិច z នៅក្នុងប្លង់ ។ រកសំណុំចំណុច M ក្នុងប្លង់ដើម្បីឲ្យ w ជា ចំនួនពិត
- ៣ ៖** ដោះស្រាយសមីការ $y'' + 2y' + 4y = 0, (E')$ ។
- ៤ ៖** រកអោយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y'' + 2y' + 4y = -2 \cos 2x, (E')$ ។ កំណត់ចំនួនពិត a និង b ដើម្បីអោយអនុគមន៍ g កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ តាង $g(x) = a \cos 2x + b \sin 2x$ ជាចម្លើយមួយនៃសមីការ (E) ។
- ៥ ៖** បើ f ជាចម្លើយ (E') បង្ហាញថា $h = f + g$ ជាចម្លើយនៃសមីការ (E) ។
- ៦ ៖** កំណត់សមីការ h ដោយ $h(0) = 0, h'(0) = 0$ ។
- ៧ ៖** កំណត់លីមីតខាងក្រោម៖

៨ ៖ $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 3x \cdots \cos nx}{x^2} \right)$

៩ ៖ $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{mx^{m+1} - (m+1)x^m - 1}{x^{n+1}x^n - x + 1} \right) \quad (m, n) \in \mathbb{N}$

- ១០ ៖** (ប្រូបាបនែផលិតផលខូចមួយក្នុងខ្សែចង្វាក់ផលិតកម្មមួយគឺ 0.5 ការ(ត្រួតពិនិត្យ) នៃការផលិតផលមួយបានអោយដឹងថា បើផលិតផលនោះល្អ (ប្រូបាបដែលកេ ទទួលយកវាគឺ 0.96 បើផលិតផលនោះមិនល្អ (ប្រូបាបដែលកេមិនទទួលយកវា គឺ 0.98 ។ កេជ្រើសរើសយកផលិតផលមួយដោយចៃដន្យ រួច(ត្រួតពិនិត្យ)វា ។ រក(ប្រូបាប

ក ដើម្បីអោយមានកំហុសក្នុងការត្រួតពិនិត្យ ។

❷ ដើម្បីឲ្យផលិតផលដែលកេទទុយកកិផលិតផលខ្លួន ។

ដំណោះស្រាយ

[illegible]

Blank lined paper for writing.

Blank lined area for writing.

វិញ្ញាសាប្រឡងអាហារូបករណ៍ថ្នាក់ឧត្តមសិក្សានៅសារាងរោងរដ្ឋប្រជាធិបតេយ្យ

លេខបន្ទប់:.....

សម័យប្រឡង ០៥ សីហា ២០១១

លេខតុ:.....

នាម(ត្រកូល និង នាមខ្លួន:.....

មណ្ឌល(ប្រឡង:

ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត:.....

លេខសម្ងាត់:.....

ហត្ថលេខា:.....

បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ។ សន្លឹកឯកសារដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្យសូន្យ។

✂



លេខសម្ងាត់:.....

១ ក កណនាលីមីតខាងក្រោម÷

a. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n + (-1)^n}{2n} \right)$

b. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{n} \times \sin \frac{n\pi}{12} \right)$

ខ កណនាផលបូកខាងក្រោម÷

a. $S = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{2^n} - \frac{2}{3^n} \right)$

b. $S_n = \sum_{r=1}^n \left(\frac{r}{(r+1)(r+2)(r+3)} \right)$

ប គេឲអនុគមន៍ $f(x) = \frac{3x-9}{x^2-x-2}$

ក កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតខ្សែរកោងនៃអនុគមន៍ ។

ខ រក $f'(x)$ និង កំណត់ទីតាំងចំណុចបរមាជ្រៀបនៃអនុគមន៍ ។

គ សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ ។

ឃ កណនាប្រវែងផ្ទៃនៃក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = f(x) = \frac{2x}{3}\sqrt{x} + 2$ នៅចន្លោះបន្ទាត់ $x = 0$ និង $x = 1$ ។

ង គ្រាប់ឡកឡាក់ល្អស្មើសាច់មួយ(ត្រូវបានគេបោះចំនួន 6 ដងដែលការបោះមួយលើកមួយលើកគឺធ្វើឡើងដោយឯករាជ្យ) ។

ក រក(ប្រូបាបដែលបោះលើកទីមួយបានលេខកូរ ។

ខ តាង X ជាចំនួនដងដែលគេបោះបានលេខកូរ ។ ចូររកបំណែងចែក(ប្រូបាបនៃ X ។

គ កណនា(ប្រូបាបដែលគេបោះបានលេខកូរពីរដង ។

Blank lined paper for writing.

Blank lined area for writing.



១ កណនាលីមីតខាងក្រោម៖

១ $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \left(\frac{2 \sin^2 x - 3 \sin x + 2}{4 \sin^2 x - 1} \right)$

២ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\sqrt{x^2 - 3x + 1} - \sqrt{x^2 + 5x - 2} \right)$

៣ $\lim_{x \rightarrow +\infty} [x (\ln(x + 2) - \ln x)]$

២ **១** កែតម្រូវ $y = \frac{3x^2 + 3x + 3}{3x^3 - 3x + 2}$ ។

a. សរសេរ y ជាទម្រង់ $y = \frac{A}{(x - 1)^2} + \frac{B}{x - 1} + \frac{C}{x + 2}$ ដែល

A, B, C ជាចំនួនអថេរដែលត្រូវកំណត់ ។

b. រកសំណុំព្រីមីនៃ y ។

២ បង្ហាញថាអនុកម្មន៍ $f(x) = \frac{a \sin x + b \cos x}{c \sin x + d \cos x}$ មានព្រីមីនដែលមាន

រាង $F(x) = Ax + B \ln [c \sin x + d \cos x] + K$ ដែល A, B ជាចំនួនថេរនៃអនុកម្មន៍ a, b, c, d ។

៣ គេឲ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E) : 9y'' + y' = 0$

១ រកចម្លើយទូទៅនៃសមីការ (E) ។

២ កំណត់អនុកម្មន៍ $f(x)$ ដែលជាចម្លើយពិសេសនៃ (E) ដោយដឹងថា

$f(0) = 3, f'(0) = \sqrt{3}$ ។

៣ រកតម្លៃ A, B ដោយដឹងថា $f(x) = A \cos \left(\frac{x}{3} + B \right)$ ។

ដំណោះស្រាយ

ដំណោះស្រាយ

Blank lined paper for writing.

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

- ១**
១

ចំពោះអ៊ីពែរបូល (E) : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ចូរបង្ហាញថាសមីការ
 $\frac{x_1x}{a^2} - \frac{y_1y}{b^2} = 1$ ជាសមីការបន្ទាត់ប៉ះអ៊ីពែរបូល (E) (ត្រង់ចំណុច $P(x_1, y_1)$)
- ២**

ចូរសង់អ៊ីពែរបូល (E') : $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ រួចរកសមីការបន្ទាត់ប៉ះអ៊ីពែរបូល
(E') ដែលកាត់តាមចំណុច $A(1, 1)$ និងអ័ក្សអាប់ស៊ីស ($x'x$) ។
- ២**

ម្ចាស់ហាងលក់សៀវភៅម្នាក់ កាត់តែងតែពិនិត្យមើលសៀវភៅចំនួន ៥ ក្បាល
ក្នុងចំណោមសៀវភៅមួយកេសដែលមានសៀវភៅចំនួន ២៥ ក្បាលដើម្បីពិនិត្យ
សៀវភៅដែលបានបាត់សន្លឹក ។ បើកាត់រកឃើញថាមានសៀវភៅយ៉ាងហោច
ណាស់ចំនួន ២ ក្បាលមានបាត់សន្លឹក កាត់និងបញ្ចូលកេសសៀវភៅ(ត្រឡប់ទៅ
ម្ចាស់ដើមវិញ ។ បើសិនជាមានសៀវភៅចំនួន ៥ ក្បាលមានបាត់សន្លឹកក្នុងមួយ
កេស។ ចូររកប្រូបាបដែលកាត់និងបញ្ចូលសៀវភៅ(ត្រឡប់ទៅម្ចាស់ដើមវិញ ។
- ៣**

កេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y'' + 6y' + 13y = 0$ ។
- ១**

ដោះស្រាយសមីការ (E) ។
- ២**

រកចម្លើយនៃ (E) បើគេដឹងថា $y(0) = -\frac{1}{2}, y'(0) = \frac{2}{3}$ ។
- ៤**

កេមានអនុគមន៍ $f(x) = \frac{2x^2 + mx - 1}{-3mx + 3}, m \in \mathbb{R}$ ។
- ១**

ស្រាយបញ្ជាក់ថាគ្រាប (C_m) នៃអនុគមន៍ f កាត់តាមចំណុច និង ជាមួយជា
និងគ្រប់ m ដែល(ត្រូវកំណត់កូអរដោនេរបស់វា ។
- ២**

សិក្សាអថេរភាព និង សង់គ្រាប (C_1) នៃ f ចំពោះ $m = 1$ ។

Blank lined paper for writing.

[illegible]



១ គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច (E) : $\frac{1-i}{2}z^2 - \sqrt{3}z + 1 + i = i$ ។

ក កំណត់ឌីស៊ីណង់ Δ នៃ (E) ។

ខ គេឲ្យ $z_A = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ ដែល $a = \frac{1-i}{2}$ និង $b = -\sqrt{3}$ ជាឫសនៃសមីការ (E) ។ សរសេរ z_A ជាទម្រង់ពេជកណ៍ត ។

គ កណ្តាសម្ព័ន្ធទុល និង អាកុយម៉ង់នៃចំនួនកុំផ្លិច z_A ។

ឃ ទាញរកតម្លៃប្រាកដនៃ $\cos \frac{5\pi}{12}$ និង $\sin \frac{5\pi}{12}$ ។

២ ក គេឲ្យអ៊ីពែរបូល (H) : $9(y-2)^2 - 4(x+2)^2 = 36$ ។ រកកូអរដោនេផ្ចិត កំពូល ចុងអ័ក្សឆ្លាស់ និង អ៊ីចសង់ទ្រីស៊ីតេ ។

ខ គេឲ្យប៉ារ៉ាបូល (P) ដែលមានកំពូល $(1, 2)$ និង កំណុំ $(-1, 2)$ ។

a. សរសេរសមីការទូទៅនៃសមីការ (P) ។

b. រកសមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស (Δ) ។ រកកូអរដោនេចំណុច I ប្រសព្វរវាងប៉ារ៉ាបូលជាមួយអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។

c. រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះ (T) ដែលប៉ារ៉ាបូលត្រង់ចំណុច I ។ សង់បន្ទាត់ (Δ), (T), (P) ក្នុងតម្រុយតែមួយ ។

៣ ក កណ្តាសម្រាប់តេត្រាឡោនខាងក្រោម៖

a. $I = \int (\cos^3 x \sin^5 x) dx$

Blank lined paper for writing.

Blank lined paper for writing.